

磁気センサを用いた構造物の変位測定方法
(その1) 測定方法の概要および測定結果

現場計測 変形 計器

東電設計

正会員 小室 真一

エルメス計測工業

正会員 大西 靖和

マルテック

細川 実

丸田 春樹

1. はじめに

土木・建築の地下工事では、近接する既設構造物の安全性・健全性の確認を目的として、種々の計器を用いて既設構造物の変状計測が行われる。本報告では、磁気センサとワイヤを組み合わせたベクトル変位計を用いた構造物の変位測定方法について示すとともに、現場計測における測定値の安定性を検討した例について報告する。

2. ベクトル変位計による測定方法

(1) ベクトル変位計の概要

ベクトル変位計は、図-1に示すように、磁気センサの中空部にワイヤ(インバー線等)に取り付けた永久磁石を配置し、永久磁石から生じる磁束を磁気センサによって非接触に検出して、ワイヤが成す基準線(z方向)に直交するx,y,z方向の磁石と磁気センサの相対位置を、直流アナログ電流に変換して出力するものである。主な仕様を表-1に示す。

(2) 水平方向に基準線を設ける場合

シールド・トンネルあるいは高架橋等、水平方向に連続する地上・地下構造物を対象として、図-2に示すように、ワイヤを水平方向に設置することによって、構造物の水平および鉛直変位を測定できる。通常、両端を不動点と見なせる範囲に設置してワイヤを基準線とする。同種の方法はかなり以前から行われており、最近では光学的センサを用いた変換器も開発されている。

(3) 鉛直方向に基準線を設ける場合

鉄道の高架橋等では軌道位置での変位が重要である。従来では、橋脚の相対沈下あるいは柱の傾斜角から高架橋頭部の水平変位を算出することがあるが、構造物が剛体と見なせる場合を除いて、水平変位に換算するには問題がある。図-3は、ベクトル変位計を下げ振りと組み合わせることにより、構造物の上下間の水平相対変位を測定する方法の概念図である。重力を利用することから基準線は常に鉛直を保持し、再現性の高い計測が可能である。

(4) 使用上の留意点

ワイヤを水平に設置する場合、ワイヤと永久磁石の自重による弛みが避けられないが、鉛直変位の測定においては、弛み量の変動が無視できなければならない。等分布荷重に対する鉛直方向のワイヤの曲線形状は、カテナリ曲線あるいは放物線で近似でき、張力が一定であれば温度変化によるワイヤの伸縮、基準点間距離の多少の変動に対して、弛み量の変化は計算上わずかであるが、現場での種々の条件下で検証すべき項目である。

なお、インバー線等を用いる場合、張力等との関係からワイヤ長は50~60m程度までが望ましく、測定区間全長に対して1本のワイヤで基準線が設定できない場合には、測定結果例および(その2)で示すワイヤの一部を重ね合わせて基準線を延長する方法(オーバーラップ法)を適用する。

表-1 ベクトル変位計の主な仕様

型式	VP-3943	
供給電源	DC+24V ± 10%	
消費電流	100mA 以下	
出力形式	4-20mA 電流出力	
非直線性*)	± 2%FS 以下 (± 20mm 以内)	
検出物体	専用磁石	
検出範囲	± 25mm (中心半径)	
材質	センサ部	アルミニウム合金
	磁石部	フェライト磁石・アルミニウム合金
寸法 (mm)	センサ部	140 × 140 × 20
	磁石部	16 × 18

*) 計器の基準直線を共通とした場合

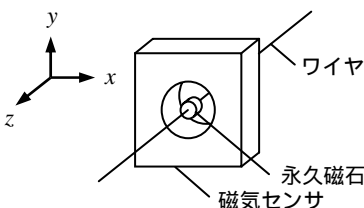


図-1 ベクトル変位計の構成

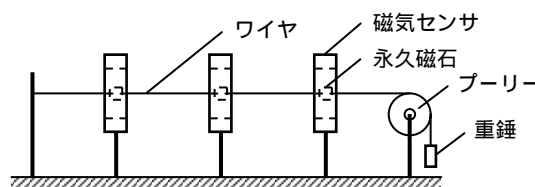


図-2 水平方向に基準線を設ける場合

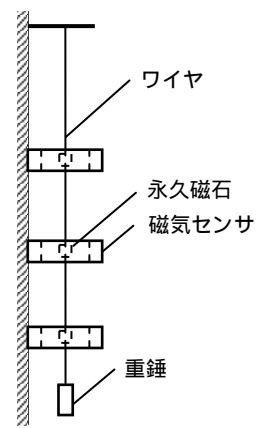


図-3 鉛直方向に基準線を設ける場合

Measuring Methods by Magnetic Sensor on Displacement of Structures, Part 1; Outline of Measuring Method and Results of Measured Displacement : Shinichi KOMURO (Tokyo Electric Power Services Co., Ltd.), Kiyokazu ONISHI, Minoru HOSOKAWA (Elmes Keisoku Kogyo, Inc.) and Haruki MARUTA (Maltec, Inc.)

3. 測定結果例

長期間の計測に使用する計器・システムでは、物理量に対する出力値の感度や直線性もさることながら、測定値の安定性・再現性が重要である。ここでは、開削工事に近接する既設隧道内におけるベクトル変位計による測定例において、工事の影響がほとんど無視できると考えられる掘削工事開始前の結果に着目して、測定値の安定性について検証する。

(1) 測定概要

既設隧道は内法高さ2.0m×幅1.9m、土被り約3.6mで、測定区間全長95mに対し、図-4に示すように3本のワイヤ（スーパーインバー線 1.0mm、張力150N）を配置し、測点を計12点設置した。なお、 $z=20\sim30\text{m}$ 付近には地上からの出入口があり、隧道は水平・鉛直方向ともに数箇所で屈曲している。そのため各ワイヤは互いに平行ではないが、測定値の補正は行っていない。

(2) 測定結果

測定結果の経時変化を抜粋して示す。図-5はワイヤに対する各磁気センサの水平・鉛直方向の相対変位をそのまま表したもので、図-6は両端部（ $z=0\text{m}$ 、 95m ）を不動点と仮定して算出した測点の変位置、図-7は隧道内の温度である。隧道に影響を及ぼす可能性のある本格的な掘削工事は2003年1月14日に開始されている。

図-5によれば、水平・鉛直方向とも $z=30\text{m}$ の測点で掘削工事開始前に他点に比較して大きい変位を生じている。出入口付近のため、換気装置による風あるいは温度変化の影響を受けた可能性がある。

また、鉛直方向は水平方向に比べて全体的に変動が大きく、測点の変位置は、掘削工事前に多くの点で1.0mmを超える沈下を示した。温度との関連も若干認められ、ワイヤあるいは構造物の伸縮等によるワイヤの弛み量の変動に起因すると考えられるが特定できていない。

4. まとめ

表-2は、掘削工事前に（2002年12月20日～2003年1月13日）の各測定値のばらつきを整理したものである。測点ごとに求めた標準偏差の平均は、水平方向が0.0166mm、鉛直方向が0.0382mm、平均値 ± 2 の範囲に収まる確率 P_r は約96%（不良率約4%）であった。

結論として、測定値の安定性について、十分満足できる結果が得られたものと判断する。ただし、鉛直変位ではワイヤの弛み量の変動に起因すると考えられる変動が無視できず、装置上の改善の余地がある。

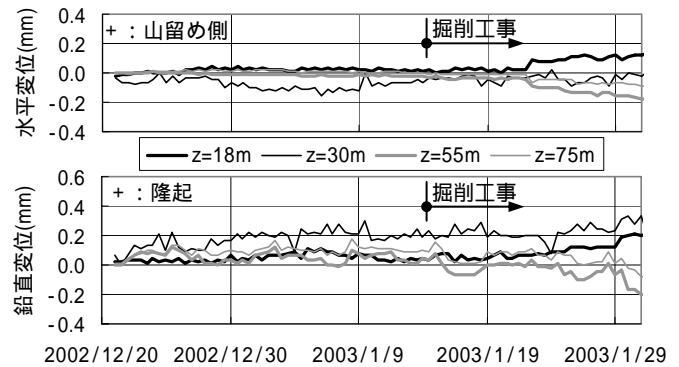
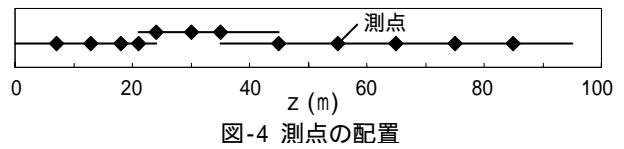


図-5 ワイヤに対する磁気センサの相対変位置

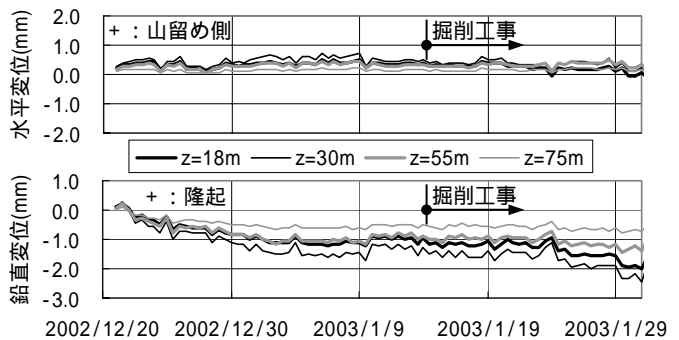


図-6 両端を不動と仮定した場合の測点の変位置

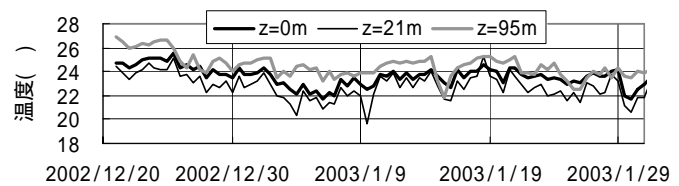


図-7 隧道内の温度

表-2 測定値のばらつき

(a) 水平変位: x

測点の位置	データ数: 585点/測点 (測定間隔: 1時間)												平均
	$z=7\text{m}$	$z=13\text{m}$	$z=18\text{m}$	$z=21\text{m}$	$z=24\text{m}$	$z=30\text{m}$	$z=35\text{m}$	$z=45\text{m}$	$z=55\text{m}$	$z=65\text{m}$	$z=75\text{m}$	$z=85\text{m}$	
最大値 : x_{\max} (mm)	0.04	0.06	0.06	0.03	0.00	0.05	0.04	0.01	0.01	0.01	0.05	0.01	0.03
最小値 : x_{\min} (mm)	-0.04	-0.03	-0.03	-0.03	-0.10	-0.15	-0.11	-0.03	-0.04	-0.06	-0.01	-0.03	-0.05
平均値 : μ_x (mm)	-0.007	0.024	0.028	0.006	-0.069	-0.069	-0.042	-0.015	-0.012	-0.031	0.012	-0.003	-0.015
標準偏差 : σ_x (mm)	0.0172	0.0192	0.0167	0.0082	0.0185	0.0393	0.0245	0.0081	0.0106	0.0201	0.0100	0.0069	0.0166
$P_r(\mu_x - \sigma_x \leq x \leq \mu_x + \sigma_x)$	0.511	0.641	0.742	0.959	0.545	0.621	0.692	0.564	0.415	0.812	0.487	0.685	0.640
$P_r(\mu_x - 2\sigma_x \leq x \leq \mu_x + 2\sigma_x)$	0.956	0.976	0.937	0.959	0.954	0.971	0.961	0.997	0.954	0.998	0.962	0.938	0.964

(b) 鉛直変位: y

測点の位置	データ数: 585点/測点 (測定間隔: 1時間)												平均
	$z=7\text{m}$	$z=13\text{m}$	$z=18\text{m}$	$z=21\text{m}$	$z=24\text{m}$	$z=30\text{m}$	$z=35\text{m}$	$z=45\text{m}$	$z=55\text{m}$	$z=65\text{m}$	$z=75\text{m}$	$z=85\text{m}$	
最大値 : y_{\max} (mm)	0.08	0.11	0.11	0.08	0.21	0.39	0.36	0.09	0.19	0.21	0.18	0.10	0.18
最小値 : y_{\min} (mm)	-0.08	-0.05	-0.03	-0.03	-0.06	-0.04	-0.04	-0.08	-0.04	-0.01	-0.01	-0.03	-0.04
平均値 : μ_y (mm)	0.001	0.030	0.031	0.026	0.106	0.202	0.186	-0.006	0.036	0.089	0.079	0.045	0.069
標準偏差 : σ_y (mm)	0.0300	0.0326	0.0242	0.0221	0.0490	0.0669	0.0790	0.0322	0.0343	0.0387	0.0310	0.0186	0.0382
$P_r(\mu_y - \sigma_y \leq y \leq \mu_y + \sigma_y)$	0.644	0.769	0.711	0.624	0.648	0.667	0.691	0.761	0.538	0.674	0.685	0.778	0.682
$P_r(\mu_y - 2\sigma_y \leq y \leq \mu_y + 2\sigma_y)$	0.944	0.944	0.957	0.981	0.968	0.961	0.954	0.978	0.986	0.962	0.950	0.942	0.961

磁気センサを用いた構造物の変位測定方法
(その2) オーバーラップ法による累積誤差の検討

現場計測 変形 測定誤差

エルメス計測工業

正会員 大西 靖和

青木 龍之

東電設計

正会員 小室 真一

1. はじめに

(その2)では,(その1)で示したベクトル変位計を用いることを前提に,オーバーラップ法を適用する場合の変位量の累積誤差について検討する。オーバーラップ法とは仮に名づけた名称で,水平方向に連続する構造物の水平・鉛直変位を測定する際,測定区間が長い構造物の曲率半径が小さいために,1本のワイヤで測定区間全長の測定ができない場合,図-1に示すように,複数のワイヤの一部を重ね合わせて測定区間を延長する方法である。

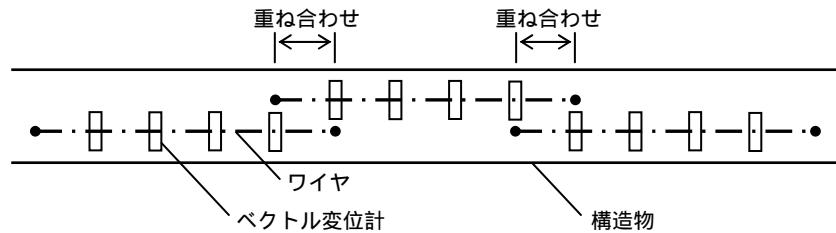


図-1 ベクトル変位計によるオーバーラップ法

以下の検討では,全測定区間の一方の端部に基準点を設けて,基準線に対する各点の相対変位を順次一方に向かって求める場合について考える。ここでは測定方法の原理および変位の算出方法に起因して累積される誤差について検討することとし,計器・システムが有する測定誤差は仮に設定した値により評価する。また,比較のため,偏角法による測定方法での測定誤差についても試算する。

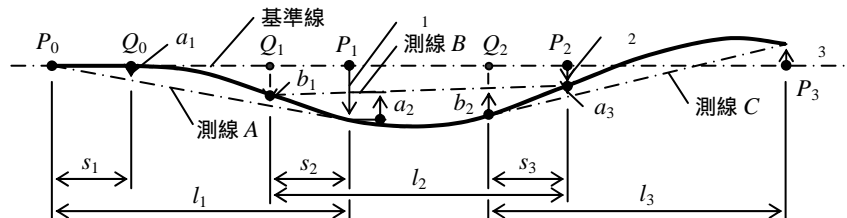


図-2 オーバーラップ法による変位の算出方法

2. オーバーラップ法による測定方法

(1) 累積変位の算出方法

ワイヤが3本の場合を例として図-2に示す。図-2において,基準線は2つの基準点P₀およびQ₀を結ぶ直線で設定され,連続する測点間の基準線方向の距離は真値が与えられているものとする。P₀~P₁間,Q₁~P₂間およびQ₂~P₃間に測線(ワイヤの成す直線)A,B,Cを設け,構造物が基準線より実線の曲線のように変位して各測点での変位の測定値a₁,b₁,a₂,b₂,a₃が得られたとすると,P₁,P₂およびP₃位置での基準線に対する相対変位量₁,₂,₃は以下のように算出できる。

$$\begin{aligned} \subscript{1} &= l_1 a_1 / s_1 \\ \subscript{2} &= (l_1 + l_2 - s_2) a_1 / s_1 + (l_2 - s_2) b_1 / s_2 + l_2 a_2 / s_2 \\ \subscript{3} &= (l_1 + l_2 + l_3 - s_2 - s_3) a_1 / s_1 + (l_2 + l_3 - s_2 - s_3) b_1 / s_2 + (l_2 + l_3 - s_3) a_2 / s_2 + (l_3 - s_3) b_2 / s_3 + l_3 a_3 / s_3 \end{aligned}$$

また,測線をn本設けて測定区間を延長した場合の,端部(n番目の点P_n)における基準線に対する相対変位_nを求める一般式は,(1)式で表される。

$$\begin{aligned} \subscript{n} &= \{(l_1 + l_2 + \dots + l_n) - (s_2 + s_3 + \dots + s_n)\} a_1 / s_1 + \{(l_2 + l_3 + \dots + l_n) - (s_2 + s_3 + \dots + s_n)\} b_1 / s_2 \\ &+ \{(l_2 + l_3 + \dots + l_n) - (s_3 + s_4 + \dots + s_n)\} a_2 / s_2 + \{(l_3 + l_4 + \dots + l_n) - (s_3 + s_4 + \dots + s_n)\} b_2 / s_3 \\ &+ \dots + \{(l_{n-1} + l_n) - s_n\} a_{n-1} / s_{n-1} + (l_n - s_n) b_{n-1} / s_n + l_n a_n / s_n \end{aligned} \quad (1)$$

式を簡素化するため,仮にl_i(i=1,2,...,n)=l,s_i(i=1,2,...,n)=s=l/c(c:一定)とすると,(2)式となる。

$$\begin{aligned} \subscript{n} &= \{n(c-1)+1\} a_1 + \{(n-1)(c-1)+1\} a_2 + \dots + \{2(c-1)+1\} a_{n-1} + \{(c-1)+1\} a_n \\ &+ (n-1)(c-1) b_1 + (n-2)(c-1) b_2 + \dots + 2(c-1) b_{n-2} + (c-1) b_{n-1} \end{aligned} \quad (2)$$

(2) 累積誤差の理論解

各測定値があるばらつきを有し,正規分布するものとすれば,その分布は一般に,平均値μ_iおよび分散σ_i²によってN(μ_i,σ_i²)(i=1,2,...,n)と表される。正規分布の性質として,以下の式が成り立つ。

xがN(μ,σ²)の分布のとき,kxはN(kμ,k²σ²)の分布に従う

x₁,x₂が独立でN(μ_i,σ_i²)(i=1,2)の分布のとき,x₁+x₂はN(μ₁+μ₂,σ₁²+σ₂²)の分布に従う

Measuring Methods by Magnetic Sensor on Displacement of Structures, Part 2; A Study of Accumulated Errors in Measured Displacement by Overlap Method : Kiyokazu ONISHI, Tatsuyuki AOKI (Elmes Keisoku Kogyo, Inc.) and Shinichi KOMURO (Tokyo Electric Power Services Co., Ltd.)

(2) 式において、各測定値 a_i および $b_i (i=1,2,\dots,n)$ が同程度のばらつきを有するとすれば、 $\sigma_i^2 (i=1,2,\dots,n) = \sigma^2$ とし、また、上記 σ^2 の性質を利用して整理すると、 σ_n^2 の分散 σ_T^2 は (3) 式で、標準偏差 σ_T は (4) 式で表すことができる (計算過程は省略)。

$$\sigma_T^2 = \{n(2n^2+1)(c-1)^2/3 + n(n+1)(c-1) + n\} \sigma^2 \dots\dots\dots (3)$$

$$\sigma_T = \sqrt{\{n(2n^2+1)(c-1)^2/3 + n(n+1)(c-1) + n\}} \sigma \dots\dots\dots (4)$$

3. 偏角法による測定方法

(1) 累積変位の算出方法

偏角法とは、構造物上に設けた各測点における偏角 (2本の測線の成す角) を測定することによって、各測点の基準線からの変位量を順次求める方法である。測定装置としては、剛性の高い部材同士をピン接合し、接合部での部材間の角度を電気量として出力する方法がある。

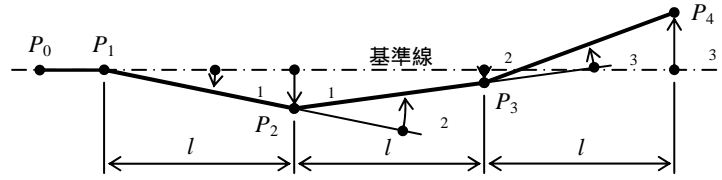


図-3 偏角法における傾斜角と変位の関係

図-3では図-2と同様、基準線は2つの基準点 P_0 および P_1 を結ぶ直線で設定され、測点間の基準線方向の距離は一定で、真値が与えられているものとする。図-3は4測点 (3測線) の場合を例として示しているが、 θ_i が微小の場合には $\tan \theta_i \approx \theta_i$ が成り立ち、測定区間を延長し、端部 ($n+1$ 番目の点 P_{n+1}) における基準線に対する変位 δ_n を求める一般式は、(5) 式で表される。

$$\delta_n = l \{ \theta_1 + (n-1)\theta_2 + \dots + 2\theta_{n-1} + \theta_n \} \dots\dots\dots (5)$$

(2) 累積誤差の理論解

オーバーラップ法と同様、(1) 式において各測定値 θ_i は互いに独立していることから、正規分布の性質によって δ_n の分布は以下の式で表される。

$$N \{ \{n\mu_1 + (n-1)\mu_2 + \dots + 2\mu_{n-1} + \mu_n\} l, \{n^2\sigma_1^2 + (n-1)^2\sigma_2^2 + \dots + 2^2\sigma_{n-1}^2 + \sigma_n^2\} l^2 \}$$

ここで、各測定値のばらつきが等しく $\sigma_i^2 (i=1,2,\dots,n) = \sigma^2$ とすれば、分散の項 σ_T^2 は (6) 式のように整理され、標準偏差 σ_T は (7) 式となる。

$$\sigma_T^2 = n(n+1)(2n+1)l^2 \sigma^2 / 6 \dots\dots\dots (6)$$

$$\sigma_T = \sqrt{\{n(n+1)(2n+1)/6\}} l \sigma \dots\dots\dots (7)$$

4. オーバーラップ法と偏角法による累積誤差の比較

これまでに、オーバーラップ法および偏角法における累積誤差の理論式を誘導した。なお、ここまで、値のばらつきを誤差と表現してきたように、測定誤差は一般に標準偏差で評価できる。以下、(4) 式および (7) 式の標準偏差の関係を測定誤差に拡張し、個々の測点での測定誤差から最終的に求める変位量の累積誤差 σ_T を算出する。

試算では測定区間全長をいずれも 120m とし、測定条件を各々の方法に対して 2 ケースずつ設定した。また、個々の測点での誤差の値として、オーバーラップ法では $\sigma = 0.2\text{mm}$ 、偏角法では $\sigma = 1/10000 = 1.0 \times 10^{-4} \text{rad}$ と仮定した。この数字には特に根拠はないが、計測環境が比較的良好な場合を想定し、経験的に設定した値である。理論式を誘導した条件と同様、基準点から一方向に測定区間を延長したときの、端部における基準線に対する相対変位量の有する累積誤差の試算結果を表-1 に示す。

表-1 累積誤差の試算結果

No.	計測方法	測定条件	累積誤差： σ_T (mm)
	オーバーラップ法 ($\sigma = 0.2\text{mm}$ と仮定)	$l = 40\text{m}, s = 10\text{m} (c = 4, n = 4)$	4.29
		$l = 50\text{m}, s = 10\text{m} (c = 5, n = 3)$	3.77
	偏角法 ($\sigma = 1.0 \times 10^{-4} \text{rad}$ と仮定)	$l = 2.5\text{m} (n = 48)$	48.8
		$l = 5.0\text{m} (n = 24)$	35.0

5. まとめ

試算結果によれば、ここで提案するベクトル変位計を用いたオーバーラップ法では、100m 以上の測定区間に対して累積される誤差は数 mm 程度と算定された。一方、偏角法では誤差が相乗的に増大し、累積誤差は数 10mm となった。なお、(その1) の測定例のように、全測定区間の両端に基準点を設定する場合には、最大累積誤差は中間部で生じ、一方向に順次変位を求める場合に比べて誤差は減少するが、2つの測定方法による誤差の比は同様の傾向となる。

本検討では個々の測点での測定誤差は仮の値を設定したが、実際の測定誤差は計器の出力感度、直線性、履歴特性、温度特性等が複合され、さらに付属する測定機器・装置にも左右されることから、室内での校正試験結果のみでは評価できない。構造物を数 mm 程度の変位量で管理するためには、特に微小な変位に対する測定値の安定性と再現性が要求され、実測結果を統計処理するなどして検証し、計器・計測システムの信頼性を高める必要がある。