

傾斜計による山留め壁の水平変位における累積誤差

現場計測 山留め壁 変位
測定誤差 計器

正会員 大西 靖和*

1. はじめに

山留め壁の水平変位の計測方法として、一般に挿入式傾斜計と埋込み式（あるいは固定式、埋設型等）傾斜計による方法がある。それぞれ一長一短があり、主な長所・短所をまとめると表-1 のとおりである。

ただし、最も重視されるべき測定結果の信頼性においては、一般的評価として、挿入式傾斜計が埋込み式傾斜計に優るとされる。測定値は、計器・計測システム固有の特性、設置方法、人為的要因等に左右されるため、計測方法の違いによる測定誤差を一概に論じることはできないが、ここでは、傾斜角から水平変位を求める算定方法に起因して累積される理論上の誤差について両者を比較・検討したので、その結果について報告する。

2. 傾斜計による水平変位の算出方法

傾斜計による場合、各測点の水平変位 x_i は、周知のとおり、各測線（あるいは測点）の傾斜角 θ_i から図-1 に示すように算出される。この方法は、測量分野で方位角法と呼ばれ、挿入式、埋込み式傾斜計ともに共通である。

山留め壁の水平変位は、通常、下端 P_1 の変位を 0 とし、上方に傾斜角を積分して求めるので、 $n+1$ 番目の点 P_{n+1} が山留め壁頭部となる。測線が n 本のときの P_{n+1} の変位 x_n は (1) 式で表される。

$$x_n = l (\theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_{n-1} + \theta_n) \quad (1)$$

ただし、挿入式傾斜計では、 180° 反転して測定した正反 2 つの傾斜角 θ'_i と θ''_i より、 $\theta_i = (\theta'_i - \theta''_i) / 2$ とし、算出するのが一般的である。したがって、挿入式傾斜計の算定式は (2) 式に置き換えられる。

$$x_n = l \{ (\theta'_1 - \theta''_1) + (\theta'_2 - \theta''_2) + \dots + (\theta'_{n-1} - \theta''_{n-1}) + (\theta'_n - \theta''_n) \} / 2 \quad (2)$$

3. 埋込み式傾斜計と挿入式傾斜計の累積誤差の比較

(1) 累積誤差の理論解

以下の検討では、測定値は正規分布するものと仮定する。正規分布は、変数 x の平均値 μ と分散 σ^2 （ σ ：標準偏差）によって $N(\mu, \sigma^2)$ と表され、 x の性質を有することが知られている。

x が $N(\mu, \sigma^2)$ の分布のとき、 cx は $N(c\mu, c^2\sigma^2)$ の分布に従う

x_1, x_2 が独立で $N(\mu_i, \sigma_i^2)$ ($i=1,2$) の分布のとき、 x_1+x_2 は $N(\mu_1+\mu_2, \sigma_1^2+\sigma_2^2)$ の分布に従う
測定値 x_i が $N(\mu_i, \sigma_i^2)$ で分布し、各値の分散 σ_i^2

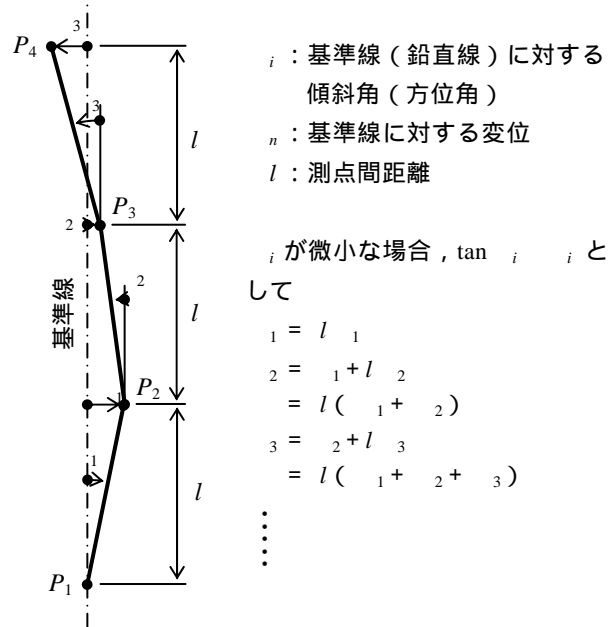


図-1 方位角法による変位の算出方法

表-1 挿入式傾斜計と埋込み式傾斜計の長所・短所

	長 所	短 所
埋込み式傾斜計	<ul style="list-style-type: none"> 自動計測が可能となることから、測定に入手が不要である。 測定結果がリアルタイムに得られ、測定値の急激な変化や変動の傾向が把握しやすい。 	<ul style="list-style-type: none"> 出力値の安定性・再現性が得られないことがある。 計器の異常、ケーブルの断線等のトラブルへの対応が困難である。 測定箇所ごとに複数の計器が必要である。
挿入式傾斜計	<ul style="list-style-type: none"> 計器に異常が生じても修理・交換が可能で、測定結果の連続性が保証される。 180° 反転して測定することによって、計器の 0 ドリフトによる測定誤差を排除できる。 1 台の計器で全箇所での測定が可能である。 	<ul style="list-style-type: none"> 通常は手動計測のため、測定に時間と労力を要する。 測定結果をリアルタイムに得られない。

が等しく $\sigma_i^2 = \sigma^2$ と仮定すれば、前記 σ の関係によって、埋込み式傾斜計に対する (1) 式で示した μ_n の分布は (3) 式で、標準偏差 σ_T は (4) 式で表すことができる。

$$N\{\mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_{n-1} + \mu_n, n l^2 \sigma^2\} \quad (3)$$

$$\sigma_T = l \sigma \quad (4)$$

同様に、挿入式傾斜計については μ_i および σ_i が各々 $N(\mu'_i, \sigma_i^2), N(\mu''_i, \sigma_i^2)$ で分布するものとして、(2) 式より (5) 式および (6) 式が得られる。

$$N\{l\{(\mu'_1 - \mu''_1) + (\mu'_2 - \mu''_2) + \dots + (\mu'_{n-1} - \mu''_{n-1}) + (\mu'_n - \mu''_n)\} / 2, n l^2 \sigma^2 / 2\} \quad (5)$$

$$\sigma_T = l \sigma (n/2) \quad (6)$$

なお、挿入式傾斜計では、測点間距離 l に若干の測定誤差を生じるが、ここでは定数として扱っている。

測定誤差 σ は、標準偏差 σ に比例した定数と見なせるので、 σ の関係は σ についても成り立つものと解釈できる。したがって、山留め壁頭部の水平変位における累積誤差 σ_T は、埋込み式傾斜計では (7) 式、挿入式傾斜計では (8) 式で評価できる。

【埋込み式傾斜計】 $\sigma_T = l \sigma n \quad (7)$

【挿入式傾斜計】 $\sigma_T = l \sigma (n/2) \quad (8)$

(2) 累積誤差の試算

市販計器のカタログ等に記載されている非直線性あるいは再現性の誤差を σ とし、いくつかの計測条件における累積誤差 σ_T を (7) 式、(8) 式より試算した。ここでは、山留め壁全長を 30m と設定し、市販されている平均的な埋込み式および挿入式傾斜計に高精度型挿入式傾斜計 (サーボ型：米国製) を加えた 3 種で比較した。

試算条件および結果を表-2 に掲げる。なお、 σ の値は以下のように算出した (一般型傾斜計の場合の例)。

$$\sigma = \pm 5 \times 0.5 \times 1/100 = \pm 0.025^\circ = \pm 4.36 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

4. 高精度型挿入式傾斜計による測定値の再現性

山留め壁の水平変位では、出力値の直線性よりも、むしろ長期安定性と繰返しに対する再現性が重要である。高精度型挿入式傾斜計を使用した測定例において、多

少の時間差を設けて正反各 2 回ずつ手動で測定し、その差を統計的に処理した結果を図-2 に示す。対象としたのは全長 17m の山留め壁における約 4 ヶ月間のデータで、最小読取り値は $0.01\text{mm} / 0.5\text{m} = 0.2 \times 10^{-4} \text{ rad}$ である。

2 回の測定値の差 x は、再現性のばらつきと見なせる。 x はほぼ正規分布し、平均値、標準偏差、確率等は図中に記したとおりである。95% 確率に対応する区間は $-2 \times \sigma$ 程度であることから、測定誤差 $\pm 2 \sigma$ ($= 0.77 \times 10^{-4} \text{ rad}$) と評価できる。表-2 のカタログ値による再現性に対する σ の値 $0.523 \times 10^{-4} \text{ rad}$ をやや上回るものの、実条件での測定結果としては十分な精度と判断できる。

5. おわりに

筆者らは、特に長期にわたる計測や予想変位量が小さい場合には、高精度型挿入式傾斜計による 0.5m 間隔での計測を推奨している。試算および実測結果によって、その方法が高い測定精度を有していることを確認した。

一方、埋込み式傾斜計による累積誤差は、試算によれば、挿入式傾斜計に比べてかなり大きく算出された。実測値による検証が必要ではあるが、計測目的や予想変位量を十分考慮して採用すべきものと考えられる。

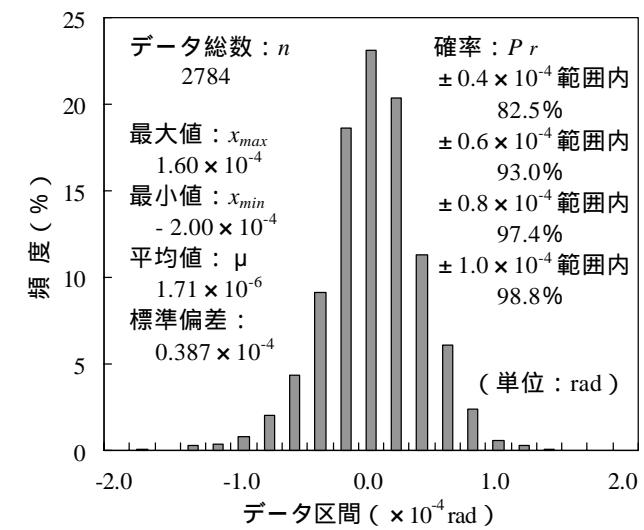


図-2 高精度型挿入式傾斜計の測定値の再現性

表-2 累積誤差の試算結果 (山留め壁の全長 30m の場合)

	case-1	case-2	case-3	case-4	case-5	case-6	case-7	
傾斜計の種類	埋込み式			挿入式 (一般型)		挿入式 (高精度型)		
計器の特性 (カタログ値)	容量 RO (FS): $\pm 5^\circ$ 非直線性: $\pm 0.5\% \text{ RO (FS)}$					容量 RO (FS): $\pm 30^\circ$ 非直線性: $\pm 0.02\% \text{ RO (FS)}$ 再現性: $\pm 0.01\% \text{ RO (FS)}$		
計器の測定誤差:	非直線性: $\pm 4.36 \times 10^{-4} \text{ rad}$					非直線性: $\pm 1.05 \times 10^{-4} \text{ rad}$ 再現性: $\pm 0.523 \times 10^{-4} \text{ rad}$		
計測条件 (測定間隔: l , 測定点数: n)	$l = 3.0\text{m}, n = 10$	$l = 2.0\text{m}, n = 15$	$l = 1.0\text{m}, n = 30$	$l = 1.0\text{m}, n = 30$	$l = 0.5\text{m}, n = 60$	$l = 1.0\text{m}, n = 30$	$l = 0.5\text{m}, n = 60$	
累積誤差	非直線性	4.14mm	3.38mm	2.39mm	1.69mm	1.19mm	0.41mm	0.29mm
	再現性	-	-	-	-	-	0.20mm	0.14mm

* エルメス計測工業

* Elmes Keisoku Kogyo, Inc.